

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ (экзаменационные вопросы первого семестра)

ЧАСТЬ 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Операции над матрицами и их свойства.
2. Линейная зависимость и независимость.
3. Перестановки, транспозиции, четность.
4. Определитель и его свойства как функции столбцов (строк).
5. Определитель транспонированной матрицы.
6. Определитель произведения матриц.
7. невырожденные матрицы. Обратные матрицы. Критерий обратимости матрицы.
8. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
9. Явный вид обратной матрицы.
10. Ранг матрицы и линейная зависимость строк и столбцов.
11. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
12. Ранг произведения матриц. Ранг матрицы и элементарные преобразования.
13. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Приведение к диагональному виду.
14. Эквивалентные матрицы. Критерий эквивалентности.
15. Системы линейных алгебраических уравнений. Эквивалентность систем. Элементарные преобразования уравнений.
16. Системы с невырожденной матрицей. Правило Крамера.
17. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Критерий единственности решения.
18. Метод Гаусса исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений. Число арифметических операций в методе Гаусса.
19. Геометрические свойства множества решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений.
20. Геометрические свойства множества решений неоднородной системы линейных алгебраических уравнений. Общее решение.
21. Линейное пространство. Базис и размерность.
22. Переход к другому базису, матрица перехода.

ЧАСТЬ 2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Аффинная система координат. Преобразование координат.
2. Направленные отрезки. Свободный вектор.
3. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Проекция вектора.
4. Линейная зависимость векторов. Коллинеарные и компланарные векторы.
5. Параметрические уравнения прямой и плоскости.
6. Общее уравнение прямой в аффинной системе координат на плоскости.
Критерий параллельности вектора прямой.
7. Общее уравнение плоскости в аффинной системе координат в пространстве.
Критерий параллельности вектора плоскости.
8. Скалярное произведение геометрических векторов.
Скалярное произведение в прямоугольных декартовых координатах.
9. Векторное и смешанное произведения векторов.
10. Векторное и смешанное произведения в прямоугольных декартовых координатах.
11. Нормали к прямой и плоскости. Расстояние от точки до прямой и до плоскости.
12. Общее уравнение линии второго порядка на плоскости.
Матричная запись общего уравнения и его квадратичной части.
13. Приведенные уравнения линии второго порядка на плоскости. Метод вращений.
14. Эллипс. Фокусы и директрисы.
15. Гипербола. Фокусы и директрисы.
16. Парабола. Фокус и директриса.
17. Общее уравнение поверхности второго порядка в пространстве.
Матричная запись общего уравнения и его квадратичной части.
18. Преобразования прямоугольных декартовых систем координат и ортогональные матрицы.
19. Приведенные уравнения поверхности второго порядка. Метод вращений.
20. Эллипсоид, гиперboloиды, параболоиды, конус и цилиндрические поверхности.
21. Линейчатые поверхности.
22. Уравнения прямой в пространстве.
23. Взаимное расположение прямых в пространстве.
24. Взаимное расположение двух прямых на плоскости и плоскостей в пространстве.
25. Метрические задачи на прямую и плоскость в прямоугольных декартовых системах координат.
26. Алгебраические линии и поверхности. Инвариантность порядка.

ЧАСТЬ 3. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ

1. Декартово произведение множества и бинарные отношения. Отношение эквивалентности.
2. Алгебраические операции. Ассоциативность и скобки.
3. Группы и подгруппы. Абелевы группы. Симметрическая и знакопеременная группы.
4. Группа невырожденных матриц. Группа невырожденных треугольных матриц. Группа ортогональных матриц.
5. Степени элемента. Циклические группы. Подгруппы циклической группы.
6. Конечные группы. Теорема Лагранжа.
7. Подгруппы, смежные классы, нормальные делители.
8. Изоморфизм групп.
9. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма комплексного числа.
10. Модуль и аргумент произведения комплексных чисел.
11. Формула Муавра. Корни из единицы. Группа корней n -й степени из единицы. Первообразные корни.
12. Кольца, поля, линейные пространства над полем.
13. Кольцо вычетов. Поле вычетов по простому модулю.
14. Кольцо многочленов. Деление с остатком.
15. Наибольший общий делитель, его свойства. Алгоритм Евклида.
16. Значения многочлена и корни. Теорема Безу.
17. Многочлены как формальные выражения и как функции. Эквивалентность двух определений в случае бесконечного поля.
18. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на линейные множители.
19. Каноническое разложение комплексных многочленов. Кратность корня.
20. Каноническое разложение вещественных многочленов.
21. Формулы Виета.